Matematica persiana e araba (750 - 1400)

L'Impero islamico arrivò a dominare, nell'VIII secolo d.C. il Nord Africa, la Penisola iberica e parte dell'India. Entrarono così in contatto con la matematica ellenistica e con quella indiana. Nella seconda metà del VIII secolo Baghdad divenne un nuovo centro del sapere a livello mondiale. Sovrani come al-Mansur, Harun al-Rashid e al-Ma'mun si dimostrarono attenti nei confronti della matematica e preservarono dalla distruzione molte opere matematiche greche che altrimenti sarebbero probabilmente andate perse. Thābit ibn Qurra fondò una scuola di traduttori che tradusse in arabo le opere di Archimede, Euclide e Apollonio. Gli Arabi tradussero, inoltre, molti testi indiani. Questi fatti contribuirono non poco alla nascita della matematica islamica. Molti tra i più grandi matematici islamici erano persiani.

Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi (780-850 Ca), un matematico persiano, scrisse importanti volumi sul sistema di numerazione indiano e sui metodi per risolvere equazioni. La parola "algoritmo" deriva dal suo nome e "Algebra" dal titolo della sua opera più importante, l'*al-Jabr wa al-muqābala*. In questa opera Al-Khwarizmi oltre a intordurre il sistema decimale nel mondo arabo trova metodi grafici e analitici per la risoluzione delle equazioni di secondo grado con soluzioni positive (vedi approfondimento). Il nome *al-jabr* si riferisce al nome che il matematico dà all'operazione di riduzione di termini uguali da parti opposte dell'uguale tramite sottrazione. Per questi motivi egli è considerato da molti il fondatore dell'algebra moderna.

Ibn Qurra studiò i numeri amicabili. Altri sviluppi alla materia furono apportati da Abu Bakr al-Karaji (953-1029) nel suo trattato *al-Fakhri*. Nel X secolo, Abu l-Wafa tradusse le opere di Diofanto in arabo e studiò la trigonometria ottenendo le formule di addizione e sottrazione per il seno. Alhazen studiò invece l'ottica.

Omar Khayyam (1048-1131) fu poeta e matematico. Scrisse le *Discussioni sulle difficoltà in Euclide* nel quale tentava di dimostrare il quinto postulato di Euclide riguardante le rette parallele (data una retta e un punto fuori di essa esiste solo una parallela alla retta data passante per quel punto) partendo dagli altri quattro; impresa che sarebbe poi diventata un "chiodo fisso" per i matematici. Diede una soluzione geometrica all'equazione di terzo grado ma non riuscì a risolverla per radicali. Il matematico Nasir al-Din Tusi sviluppò invece nel XIII secolo la trigonometria sferica e scoprì la legge dei seni per il triangolo sferico.

Nel XIV secolo, Ghiyath al-Kashi calcolò il valore di π con 16 decimali. Al-Kashi trovò anche la regola di Ruffini per scoprire la radice ennesima di un'equazione. Inoltre nella sua opera si torva il primo esempio conosciuto di dimostrazione per induzione tramite la quale viene dimostrato il teorema binomiale. Il matematico era anche a conoscenza del triangolo di Tartaglia.

Nel XIII secolo e nel XIV secolo la matematica araba entrò in crisi a causa di un periodo di forte instabilità politica e religiosa, nonché per il diffondersi di sette di movimenti ostili al sapere matematico. I molti popoli che si susseguirono nel mondo arabo dal XII secolo contribuirono al definitivo declino della scienza e della matematica arabe.

L'equazione di secondo grado nella storia

Il metodo risolutivo di un'equazione di secondo grado era noto già ai Babilonesi. In Mesopotamia spesso le equazioni erano introdotte da problemi di tipo geometrico: ad esempio si chiede di trovare il lato di un quadrato sapendo che l'area meno un lato è uguale a 870; problema che corrisponde alla nostra equazione $x^2 - x = 870$ (ridotta in forma normale come $x^2 - x - 870 = 0$). I Babilonesi non accettavano però le soluzioni negative e nulle delle equazioni e, non accettando il fatto che i coefficienti potessero assumere valori sia positivi che negativi, non veniva riconosciuta nemmeno una forma normale unica ma erano distinti tre casi con coefficienti positivi:

- $x^2 + bx = c$
- $x^2 + c = bx$
- $x^2 = bx + c$

Espresse nella forma moderna la prima ha il termine noto negativo, la seconda il coefficiente di secondo grado negativo, e la terza entrambi i coefficienti minori di zero. L'equazione con tutti i termini positivi non era nemmeno presa in considerazione in quanto ammette solo soluzioni negative.

Da notare il fatto che nella forma normale babilonese il coefficiente di secondo grado è unitario ma non arrivavano a tale forma, come successivamente gli arabi dividendo tutti i membri per *a*. Data, per esempio, l'equazione $ax^2 + bx = c$, entrambi i membri venivano infatti moltiplicati per *a*: $a^2x^2 + bax = ac$ e poi veniva effettuata la sostituzione $y=ax$ in modo da ottenere un'equazione in forma normale nella variabile *y*; $y^2 + by = ac$. Questo procedimento testimonia l'elevato grado di flessibilità raggiunto dall'algebra babilonese.[67]

La soluzione era data tramite formule che ricordano molto quelle odierne. per esempio la formula risolutiva per il primo caso era, espressa in notazione moderna, la seguente:

$$x = \sqrt{\frac{b}{2}^2 + c} - \frac{b}{2}$$

che può essere ridotta tramite semplici passaggi algebrici alla formula risolutiva moderna per questo caso $x = \frac{-b + \sqrt{b^2 + 4c}}{2}$

Il primo in Grecia ad occuparsi della soluzione delle equazioni di secondo grado fu Diofanto. Tuttavia il uo lavoro non ebbe conseguenze significative poiché la matematica greca era in una fase di declino.

Lo studio di queste equazioni venne continuato dagli arabi. Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi nell' *al-Jabr* si occupa della loro risoluzione. Distingue 5 tipi di equazione: i tre già noti ai babilonesi e in più l'equazione pura $x^2 = c$ e quella spuria $x^2 = bx$. Anche qui si pone il coefficiente di secondo grado = 1 ma ci si arriva tramite divisione. Le soluzioni negative non sono, nemmeno stavolta, accettate.

Il metodo usato da al-Khwarizmi è quello del *completamento del quadrato*. L'equazione $x^2 + 8x = 33$, per esempio, sarebbe stata risolta aggiungendo 16 ad entrambi i termini in modo da "completare" il quadrato al primo membro: $x^2 + 8x + 16 = 49$ ossia $(x + 4)^2 = 49$. Da questa si otteneva $x + 4 = 7$ e si trovava così a soluzione positiva $x=3$.

Il matematico arabo proponeva anche una trasposizione grafica. Supponiamo di dover risolvere la stessa equazione $x^2 + 8x = 33$. Il metodo usato dal persiano in questo caso avrebbe potuto essere *simile* al seguente: si tracci un quadrato che supponiamo avere lato *x* (quello blu in figura). Vi si affianchino due rettangoli di dimensioni *x* e 4 ossia *b/2* (quelli verdi in figura). L'area della figura verde e blu è $x^2 + 8x$. Poniamo ora questa area 33.

Aggiungiamo ora il quadratino rosso di lato 4, in modo da "completare" a il quadrato grande. l'area totale sarà quindi 33 + 16 = 49 e il lato del quadrato grande è dunque 7. poiché il alto grande è dato dal lato del quadrato blu (cioè x) sommato al lato del rettangolo verde (cioè 4); x= 7-4 =3.

Al-Khwaritzmi pone per la prima volta l'accento sul segno del discriminante, che deve essere positivo perché l'equazione sia risolubile.

Nell'epoca moderna, in Europa, si inizierà ad accettare le soluzioni negative e, successivamente, quelle complesse ed a porre l'equazione in un'unica forma normale.

Cartesio introdurrà nel XVII secolo la regola dei segni, secondo la quale un'equazione di secondo grado ha tante soluzioni positive quanti sono i cambi di segno fra due coefficienti consecutivi. L'equazione $x^2 + 8x - 33 = 0$, per esempio, ammette una soluzione negativa, invece $x^2 - 8x + 33 = 0$ ne ha due.

Viète introdusse per primo delle lettere per esprimere i coefficienti delle equazione, ipotizzando per primo che potessero assumere anche valori negativi. Scoprì poi le formule che portano il suo nome e che mettono in relazione i coefficienti dell'equazione con le radici. In particolare per l'equazione di secondo grado si afferma che se il coefficiente di secondo grado a è 1, allora il prodotto delle radici dà il termine noto, la loro somma il coefficiente di primo grado.